

〔2〕 さいころを使って、点数 x_i を次のように順番に決めていくゲームを考える。

1 回目にさいころを投げて、出た目を1回目の点数 x_1 とする。 $x_1 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。 $x_1 \geq 2$ ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて2回目の点数 x_2 を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_2 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

一般に、 $x_i \geq 2$ ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて $(i+1)$ 回目の点数 x_{i+1} を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_{i+1} = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

a) x_i が奇数のとき、

$$(i+1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = 3x_i + 1 \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = x_i \end{cases}$$

b) x_i が偶数のとき、

$$(i+1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = x_i \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = \frac{x_i}{2} \end{cases}$$

このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1 回目の点数 x_1 の期待値を求めよ。
- (2) さいころを投げた回数が2回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (3) さいころを投げた回数が3回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (4) さいころを投げた回数が6回以下でゲームが終了する確率を求めよ。